

**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapă locală, 14.02.2026**  
**Clasa a VII-a**

**I. FELADAT**

a) Számítsátok ki a következő kifejezés értékét

$$E = a^{b^c} + b^{c^a} + c^{a^b},$$

ha tudjuk, hogy

$$a = \sqrt{1\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{4}} \cdots \sqrt{1\frac{1}{99}} \cdot \sqrt{2}, \quad b = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + |-\sqrt{5}| \text{ és}$$
$$c = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{4}}{\sqrt{8}}.$$

b) Bizonyítsátok be, hogy az A halmaz elemeinek összege 5-nek a többszöröse.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{|3\sqrt{5}-7| + \sqrt{(3+2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{2x-5} \in \mathbb{Z} \right\}.$$

**II. FELADAT** Határozzátok meg az a, b, c számokat, ha  $\sqrt{abc} = \frac{3}{2} \cdot (a + b + c)$ .

**III. FELADAT** Az ABCD konvex négyszögben  $\sphericalangle ABC = 45^\circ$ ,  $\sphericalangle BAD = 150^\circ$ , és az ADC háromszög egyenlő szárú és derékszögű, az átfogója AC. Számítsátok ki a  $\sphericalangle BDC$  szög mértékét.

*Gazeta matematică*

**IV. FELADAT** Az ABCD négyzet AB és BC szomszédos oldalaira megszerkesztjük az ABE és BCF egyenlő oldalú háromszögeket (az első háromszöget a négyzet belsejében és a másodikat a négyzeten kívül). Mutassuk ki, hogy a D, E, F pontok kollineárisak.

**Megjegyzés:** Minden tétel kötelező.  
**10 pont** jár hivatalból.  
A maximális pontszám **100 pont**.  
Munkaidő: **3 óra**.

**SOK SIKERT!!!**